



R矩阵理论计算方法评述 及新编程序FDRR

陶曦 蔡崇海 申庆彪

中国原子能科学研究院
南开大学

R矩阵理论计算方法评述及新编程序FDRR

- **R矩阵理论计算方法评述**
 - R矩阵方法意义
 - R矩阵理论计算方法
 - R矩阵相关程序

- **新编程序FDRR**
 - FDRR程序介绍
 - 分析研究 ^7Li 系统
 - 初步结果

- **结束语**

R矩阵方法意义

- 低能核反应存在共振现象。轻核、中重和重核。
 - 统计理论是无法描述低能区的共振现象的。R矩阵方法可以成功描述这一现象。
 - 核反应R矩阵理论是研究轻核反应以及中重和重核共振能区核反应的重要理论方法。给出两体反应截面和角分布。
 - 对于轻核的R矩阵理论计算方法的研究，将来也可以扩展到中重核的共振能区。
-

R矩阵理论计算方法

- **I . Full (un-approximated) R-matrix formalism**
- **II . Adler-Adler R-matrix formalism**
- **III. Multilevel Breit-Wigner R-matrix formalism**
- **IV. Eliminated channel (reduced, Reich-Moore) R-matrix formalism**

I . Full (un-approximated) R-matrix formalism

$$S_{c'c} = e^{-i(\phi_{c'} + \phi_c)} W_{c'c}$$

$$W_{c'c} = \delta_{c'c} + 2i p_{c'}^{\frac{1}{2}} \left(\sum_{\lambda\mu} \gamma_{\lambda c'} \gamma_{\mu c} A_{\lambda\mu} \right) p_c^{\frac{1}{2}}$$

$$A = C^{-1}$$

$$C = e^{-E - \xi}$$

$$C_{\lambda\mu} = (E_\lambda - E) \delta_{\lambda\mu} + \Delta_{\lambda\mu} - \frac{i}{2} \Gamma_{\lambda\mu}$$

$$\Delta_{\lambda\mu} = \sum_c \Delta_{\lambda\mu,c}$$

$$\Gamma_{\lambda\mu} = \sum_c \Gamma_{\lambda\mu,c}$$

$$\Delta_{\lambda\mu,c} = -S_c^0 \gamma_{\lambda c} \gamma_{\mu c}$$

$$\Gamma_{\lambda\mu,c} = \Gamma_{\lambda,c}^{\frac{1}{2}} \Gamma_{\mu,c}^{\frac{1}{2}}$$

$$\Gamma_{\lambda,c}^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2P_c} \gamma_{\lambda c}$$

$$P_c = \frac{ka_c}{G_c^2 + F_c^2}$$

$$S_c^0 = S_c - B_c$$

$$S_c = \rho_c \frac{G_c G_c + F_c F_c}{G_c^2 + F_c^2}$$

II. Adler-Adler R-matrix formalism

- 引入 $\xi' = -\bar{\Delta} + \frac{i}{2}\bar{\Gamma}$
- 有 $\varepsilon = e - E - \xi + \xi'$ $\varepsilon_{\lambda\mu} = (E_\lambda - E + \Delta_\lambda - \frac{i}{2}\Gamma_\lambda)\delta_{\lambda\mu}$
- 正交复变换能级矩阵**A**⁻¹对角化 $O^{-1}A^{-1}O = \varepsilon$

$$A_{\lambda\mu} = \sum_{\nu} \frac{O_{\lambda\nu}O_{\mu\nu}}{E_\nu - E + \Delta_\nu - \frac{i}{2}\Gamma_\nu}$$

$$(E_\lambda - E)\delta_{\lambda\mu} + \Delta_{\lambda\mu} - \frac{i}{2}\Gamma_{\lambda\mu} = \sum_{\nu} O_{\lambda\nu}(E_\nu - E + \Delta_\nu - \frac{i}{2}\Gamma_\nu)O_{\mu\nu}$$

- 但是求解方程比求逆矩阵更困难，这样的做法并没有减少计算量。

III. Multilevel Breit-Wigner R-matrix formalism



- 对角近似
- 能级平均宽度远小于能级平均间距

$$\langle \Gamma \rangle \ll \langle D \rangle$$

$$C_{\lambda\mu} = (E_{\lambda} - E + \Delta_{\lambda} - \frac{i}{2}\Gamma_{\lambda})\delta_{\lambda\mu}$$

- 该方法要求各分道宽度之和应该等于分母中的总宽度

- **IV. Eliminated channel (reduced, Reich-Moore) R-matrix formalism**

- **IV.1 Full-reduced R-matrix method**

$$C_{\lambda\mu} = (E_{\lambda} - E + \Delta_{\lambda e} - \frac{i}{2}\Gamma_{\lambda\gamma})\delta_{\lambda\mu} + \Delta_{\lambda\mu} - \frac{i}{2}\Gamma_{\lambda\mu}$$

- **IV.2 Un-diagonal energy shift reduced R-matrix method**

- **IV.3 Diagonal energy shift reduced R-matrix method**

- **IV.4 Normal reduced R-matrix method**

- **IV.5 Reich-Moore R-matrix method**

现有R矩阵程序

- **加拿大 AZURE:**
 - **R.E.Azuma, full R-matrix theory**
- **美国 EDA:**
 - **G.M.Hale, 推测是使用Reich-Moore方法**
- **国内 RAC:**
 - **Diagonal energy shift reduced R-matrix method**
 - **可以退化为Reich-Moore方法**
- **SAMMY:**
 - **N.M.Larson, Reich-Moore和MLBW**
 - **处理轻核有困难**

FDRR程序介绍 (1)

- **理论基础: R矩阵, 四种计算方法**
 - **Diagonal energy shift reduced R-matrix method**
 - **MLBW + reduced R-matrix method**
or Reich-Moore R-matrix method
 - **Un-diagonal energy shift reduced R-matrix method**
 - **Full R-matrix method**

FDRR程序介绍（2）

- 截面、角分布、极化数据（分析本领）
 - FDRR程序优势
 - 多种计算方法可供选择
 - 相同的复合核系统使用同一组参数，反应道的定义比较自由全面。
 - 保留了符合角动量守恒和宇称守恒的所有轨道角动量。
 - 严格考虑了**S**矩阵幺正性要求的**S**矩阵元模不大于1
-

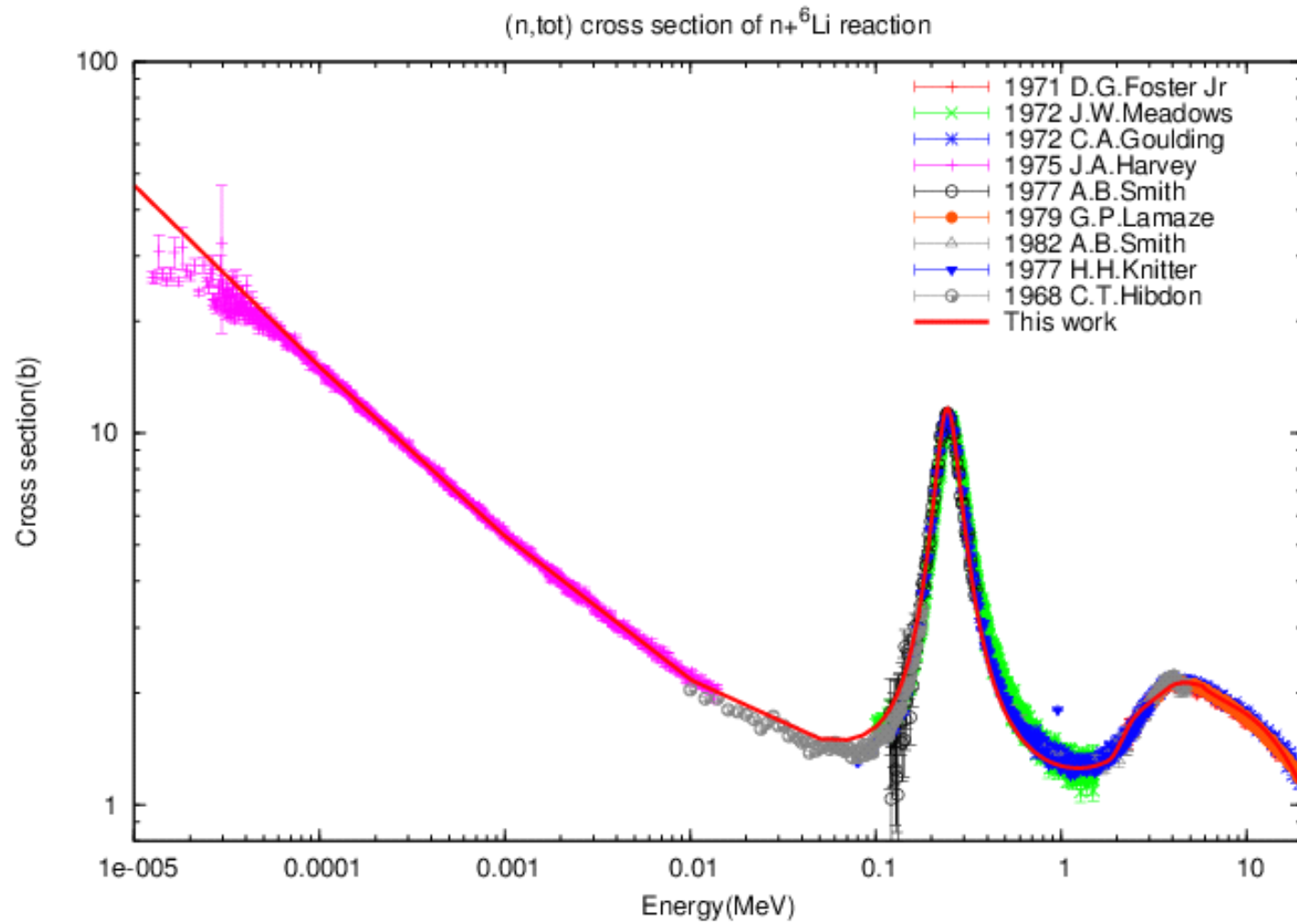
FDRR程序分析 ${}^7\text{Li}$ 系统（1）

- $n+{}^6\text{Li}$ 和 $t+{}^4\text{He}$ 反应形成相同的复合核 ${}^7\text{Li}$
- **MLBW + reduce R-matrix method**方法
- 用到**14条能级**（**4条本底能级，9条真能级，1条假能级**）
- **能量范围10keV~20MeV**
- **可调参数**
 - 每条能级对应不同轨道角动量和反应道，都有宽度参数
 - 参数个数随选取的能级数目增加而增加

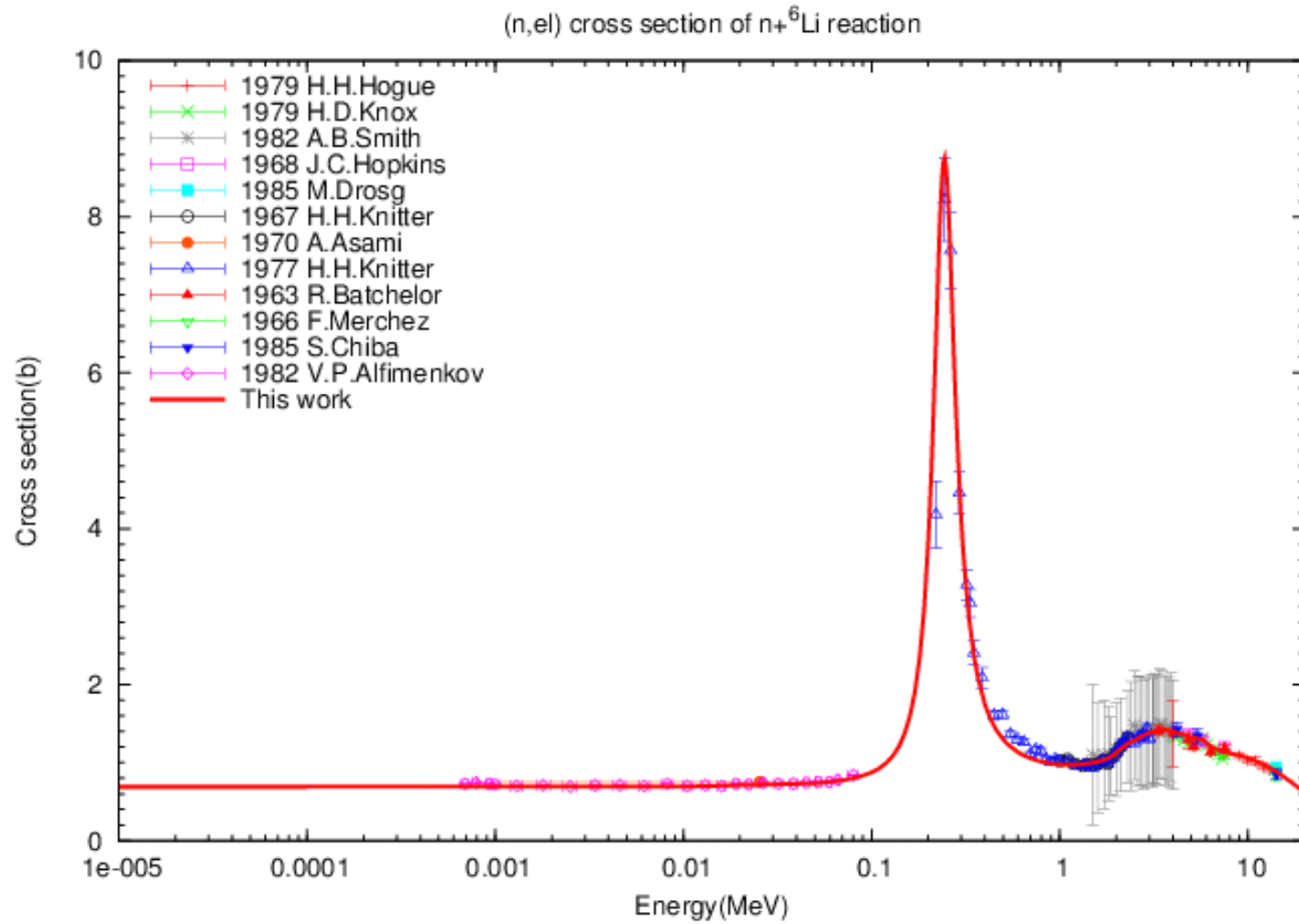
FDRR程序分析⁷Li系统（2）

- **n+⁶Li取了7个保留道、1个约化道**
 - 7个保留道，1个约化道，总截面，弹性散射截面
 - 弹性散射角分布、t出射角分布
- **t+⁴He反应**
 - 中子出射基态、激发态截面
 - t弹性散射角分布、极化数据（分析本领）
- **初步结果**
 - 截面计算大多符合实验数据
 - n+⁶Li角分布多数能点符合实验数据、
 - t+⁴He的弹性散射角分布、分析本领，依然存在问题。

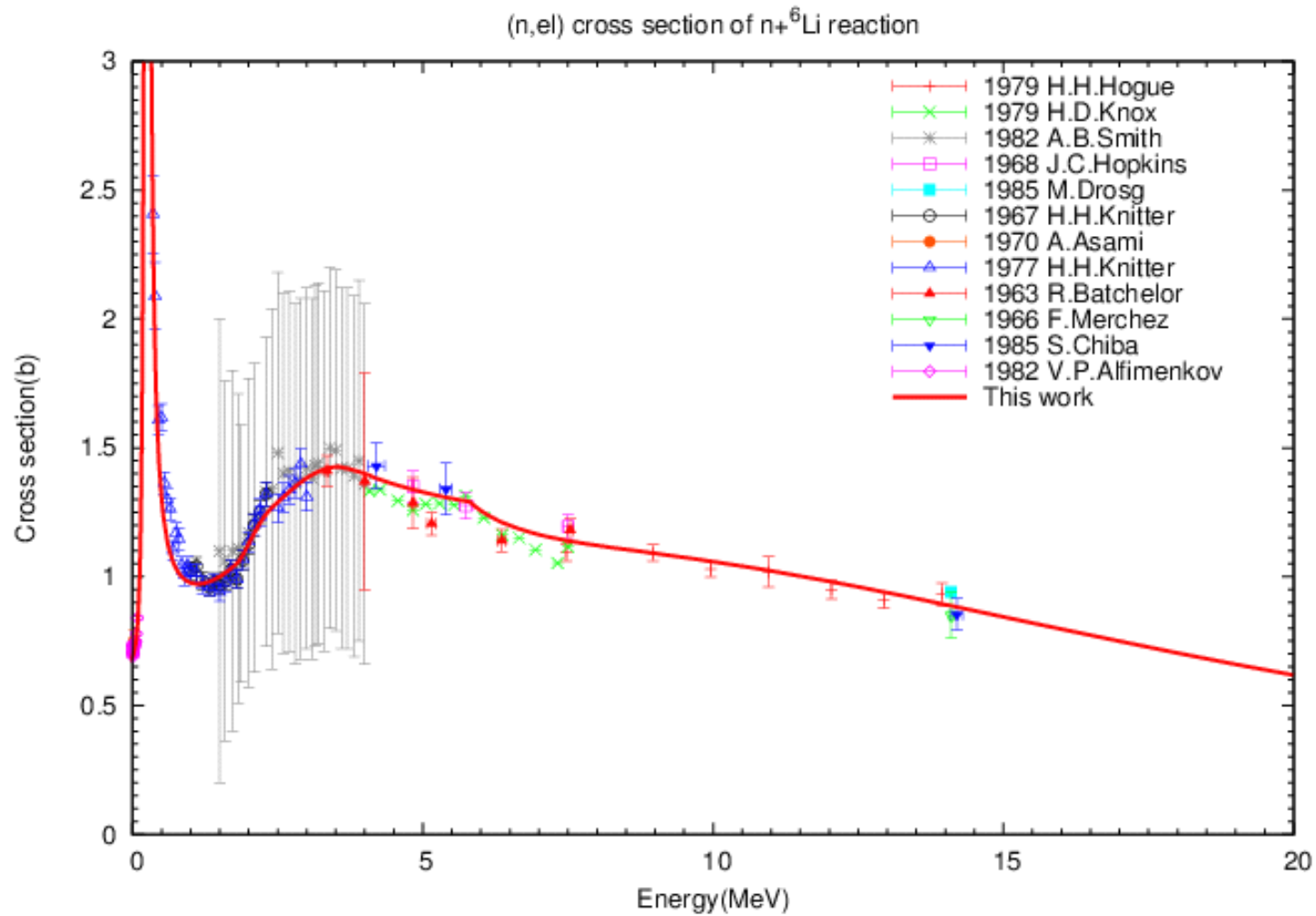
${}^6\text{Li}(n,\text{tot})$ 总截面



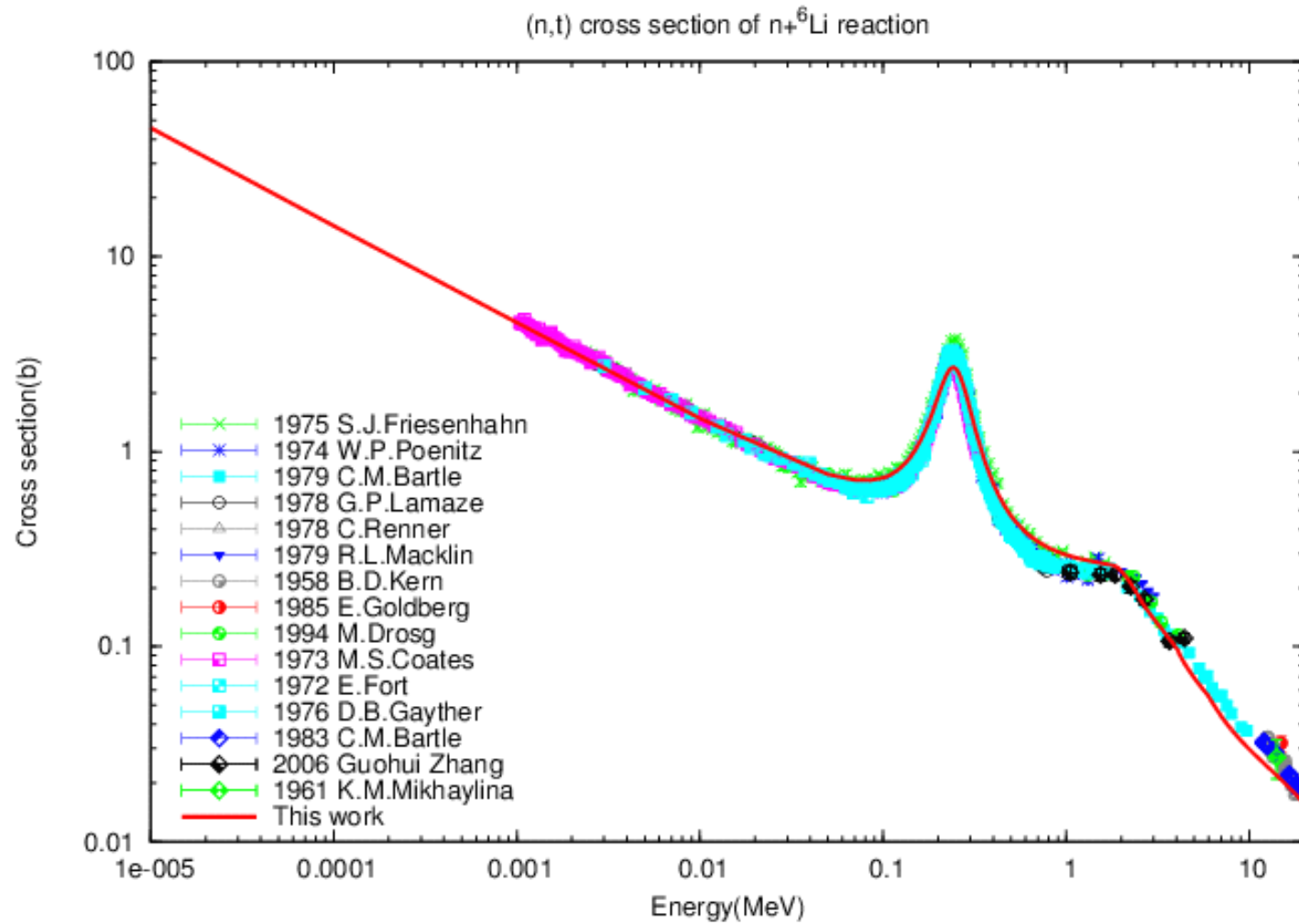
${}^6\text{Li}(n,e\text{l})$ 弹性截面



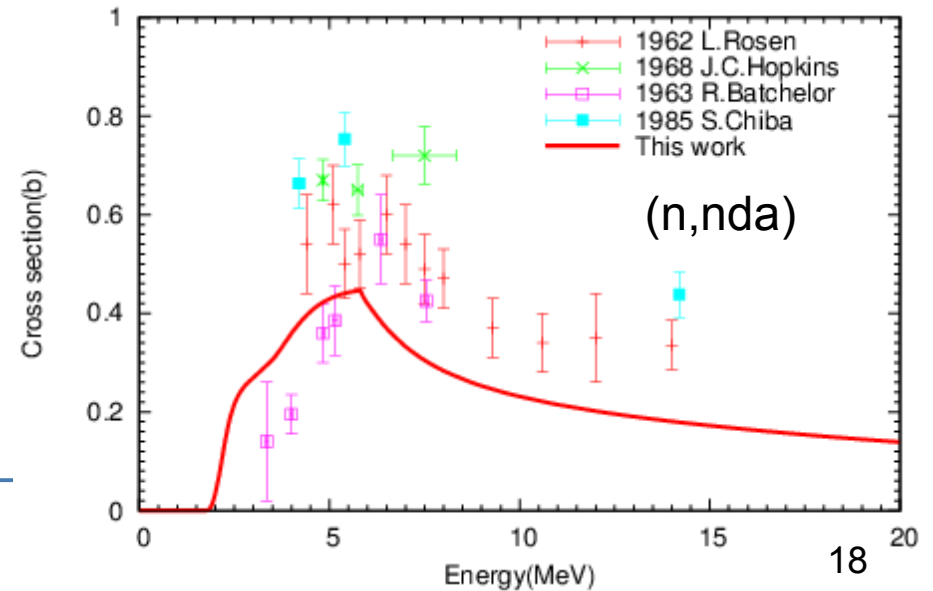
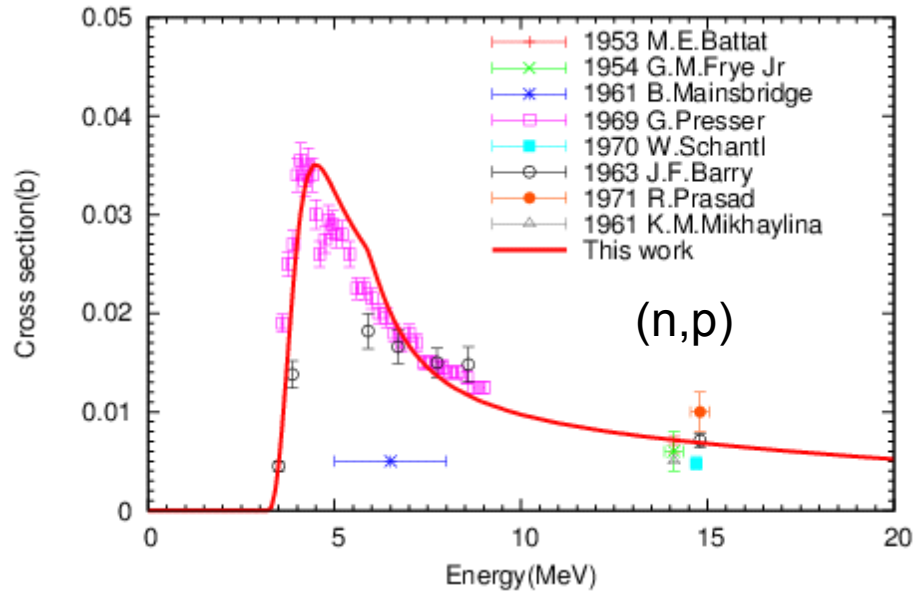
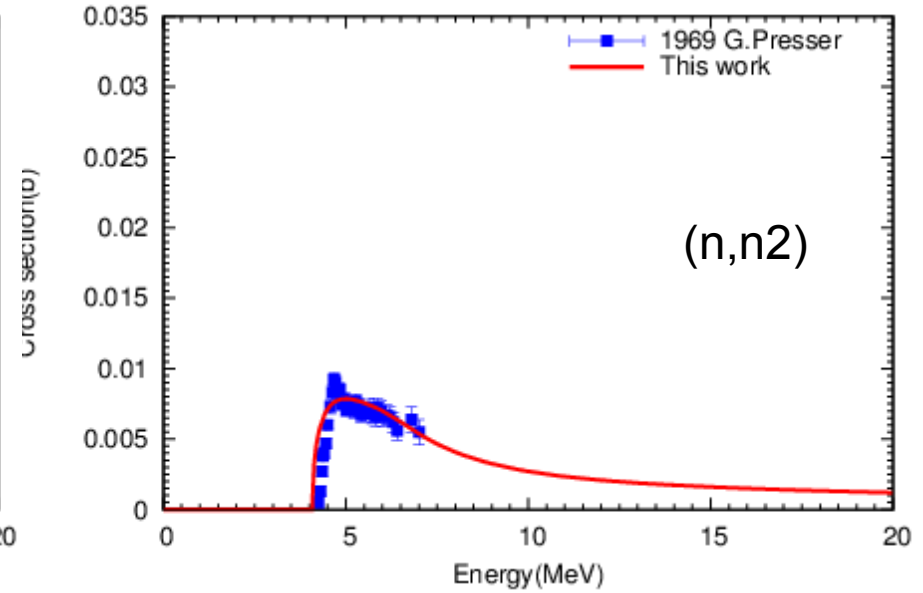
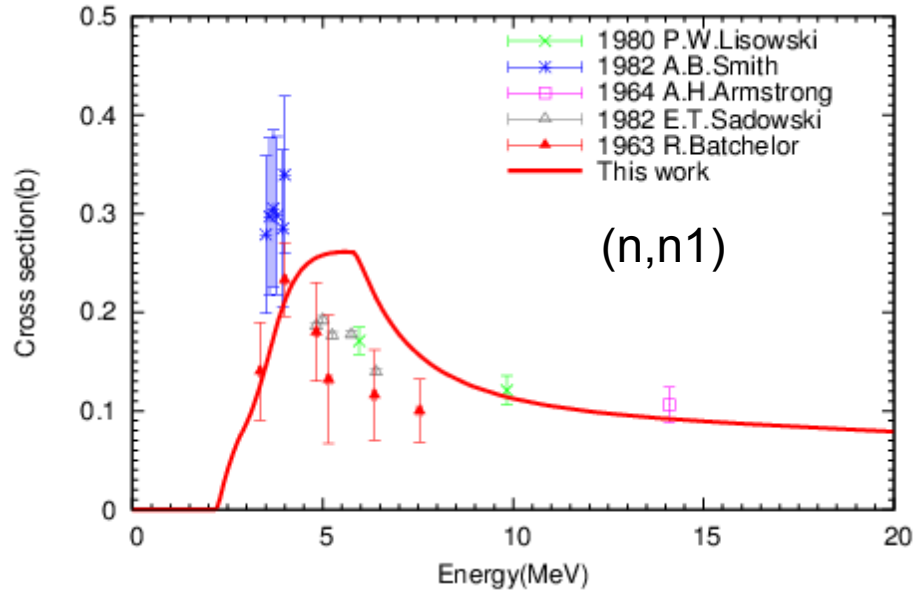
${}^6\text{Li}(n,e)$ 弹性截面



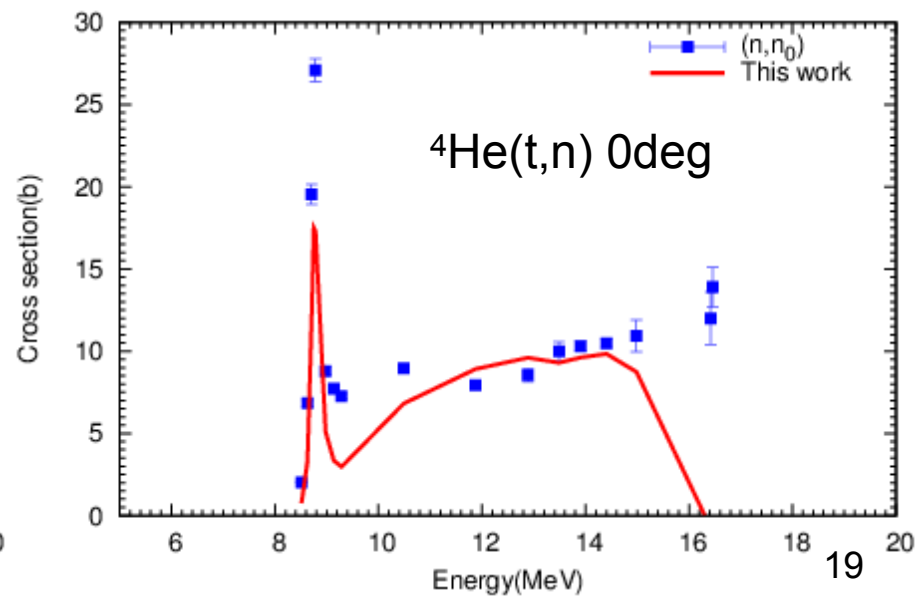
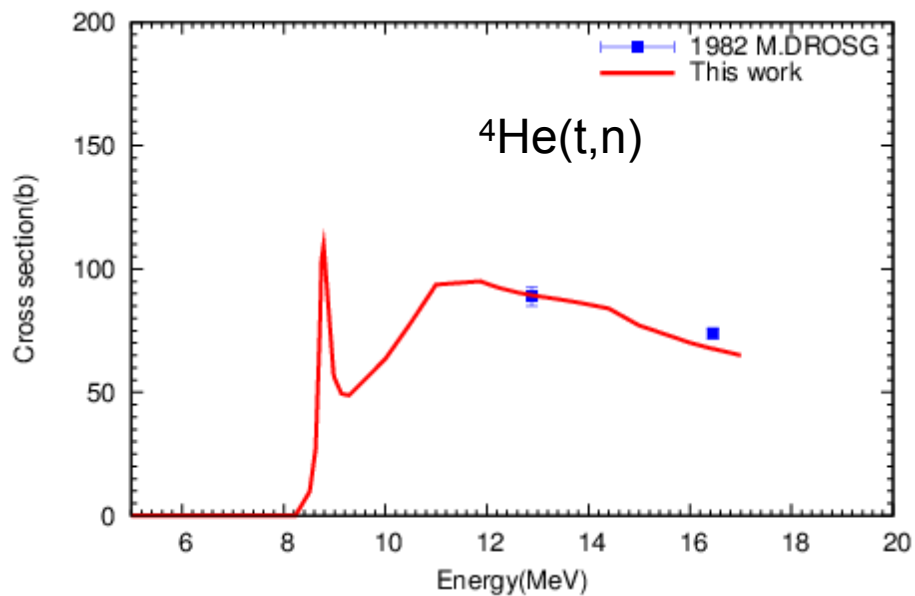
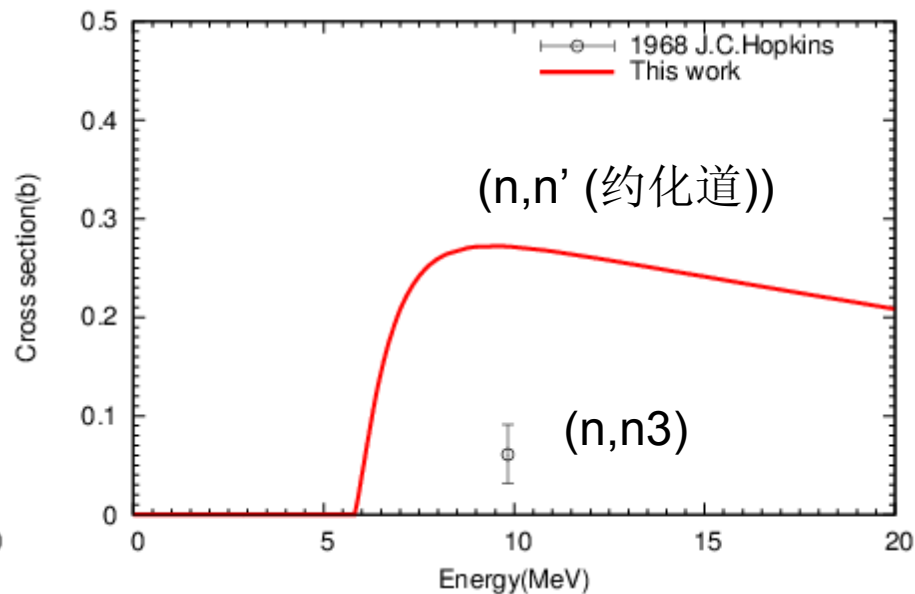
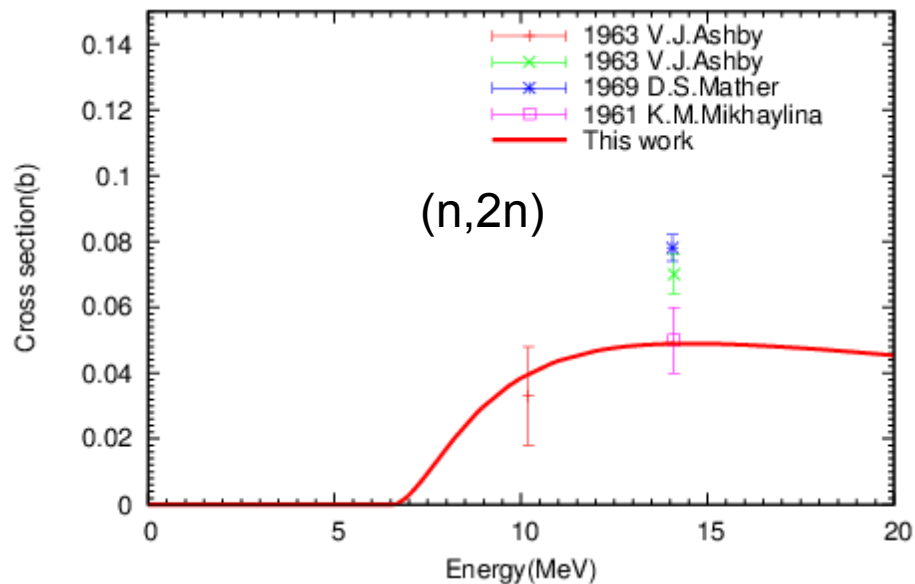
${}^6\text{Li}(n,t)$ 截面



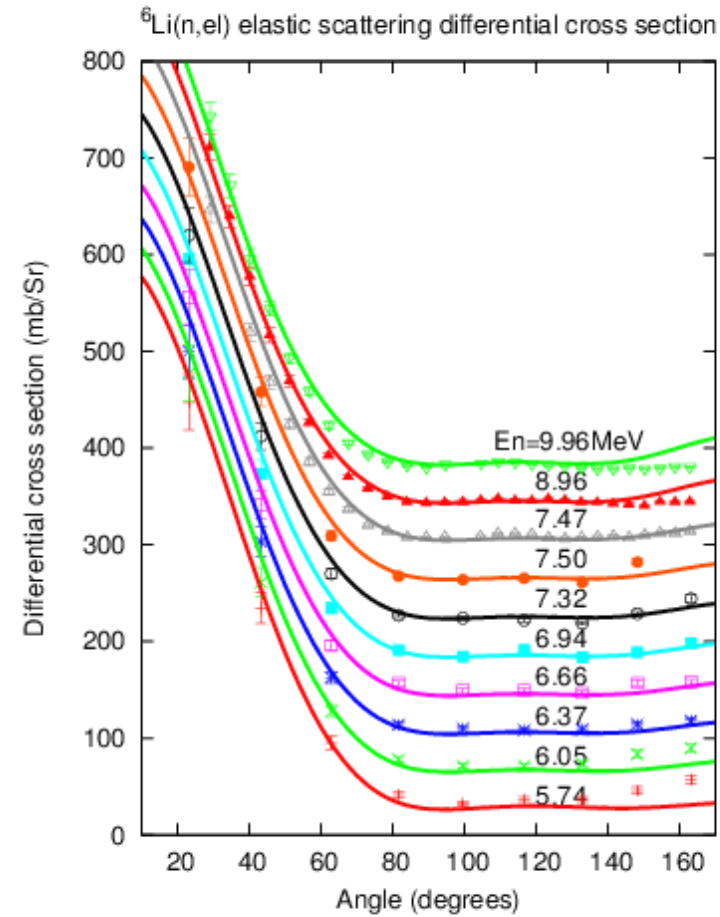
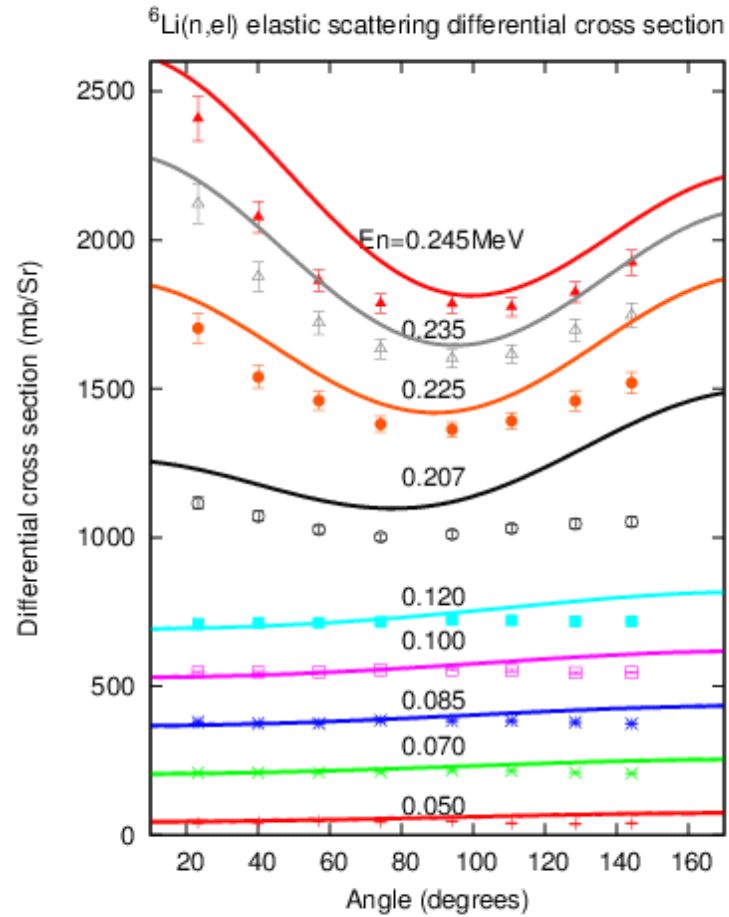
反应道截面

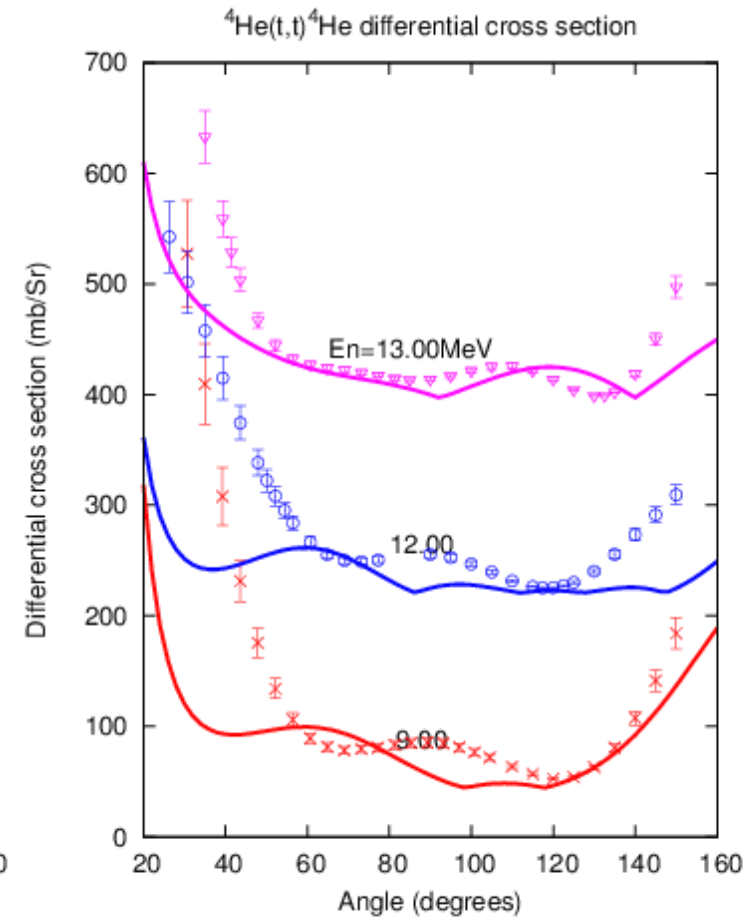
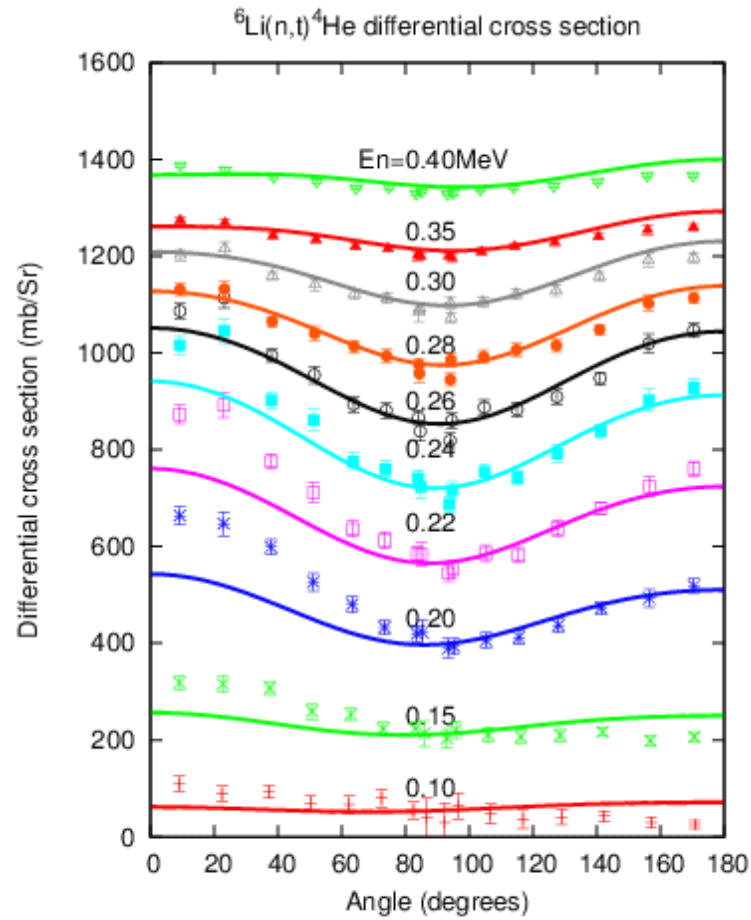


反应道截面

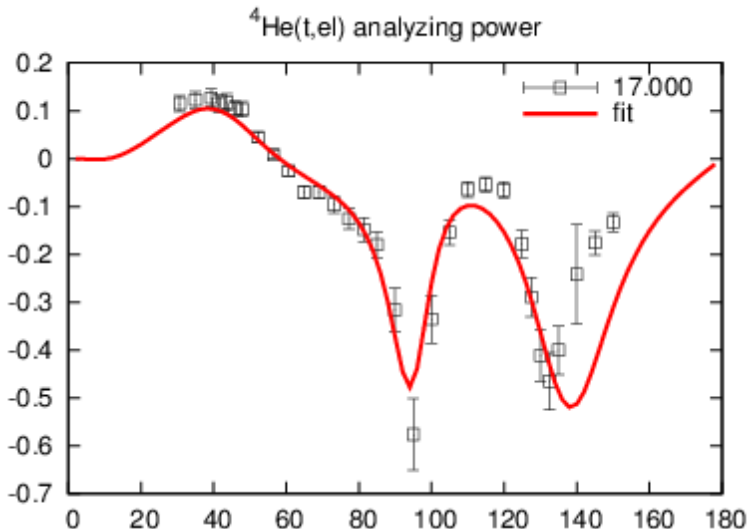
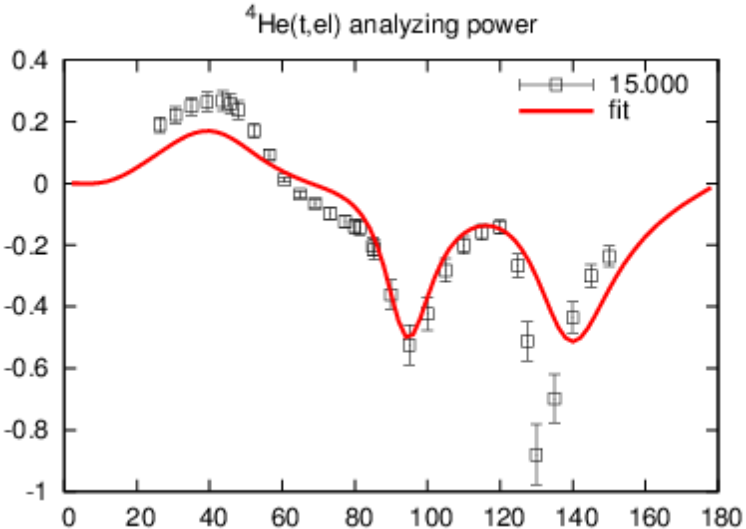
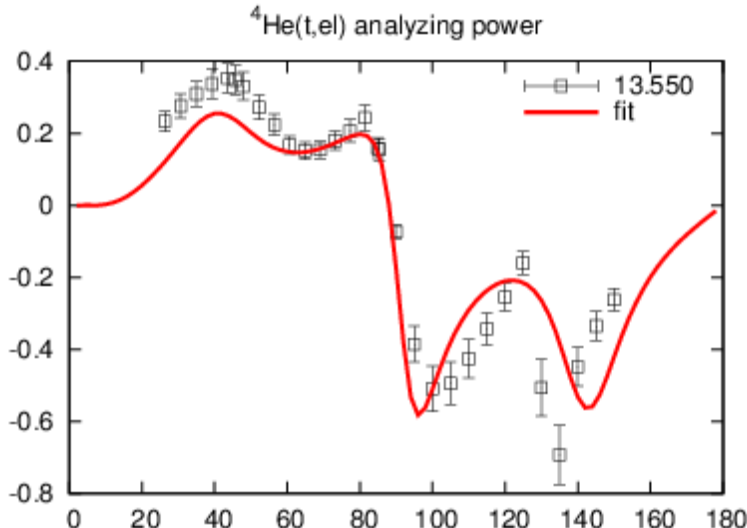
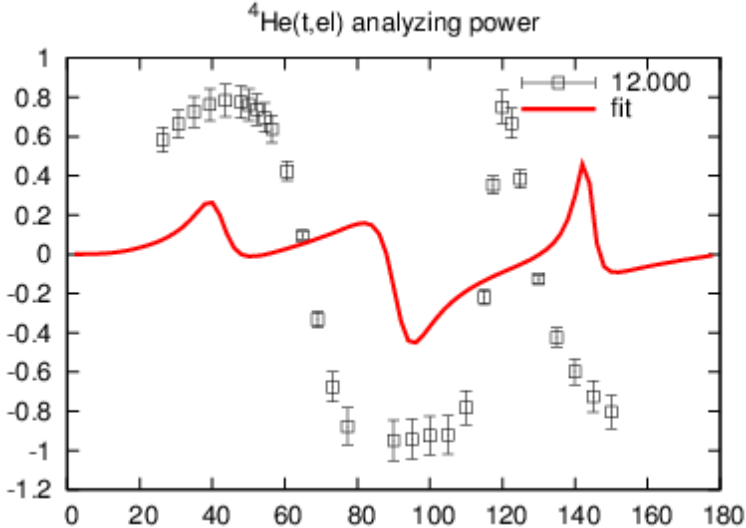


弹性散射角分布





t+⁴He弹性散射分析本领



结束语

- 给出**R**矩阵理论计算方法综述，总结了国际上主要的**R**矩阵、约化**R**矩阵方法的计算方法。
- 介绍新编**R**矩阵计算程序**FD**RR。采用4种计算方法，以及程序的优势。
- 用**FD**RR研究 ^7Li 系统，给出了一个初步结果。工作还在继续进行中。

谢谢大家